

III WOJEWÓDZKI KONKURS Z MATEMATYKI DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

Klucz odpowiedzi i kryteria punktowania zadań

I ETAP - SZKOLNY

15 listopada 2018 r., godz. 10.00

Liczba punktów możliwych do uzyskania: 40

Zasady ogólne:

1. Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego inne niż w kluczu, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli uczeń pomimo polecenia typu *oblicz* nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź, to nie przyznajemy punktu za rozwiązanie zadania.
3. Jeżeli uczeń w zadaniach zamkniętych, zaznaczył zarówno poprawą jak i błędną odpowiedź (lub błędne odpowiedzi), nie przyznajemy punktu.
4. Jeżeli w zadaniu otwartym jest polecenie typu *Zapisz obliczenia i odpowiedź*, to oznacza, że uczeń przedstawi swoje rozumowanie i sformułuje odpowiedź lub poda ją w inny jednoznaczny sposób, np. podkreśli, zakreśli kółkiem.
5. Punkty przyznajemy zgodnie z kryteriami punktowania, nie wolno dzielić punktów.
6. Brudnopisy zamieszczone pod zadaniami 1-11 oraz na końcu pracy nie podlegają sprawdzeniu.

Zadania zamknięte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
B	C	B	A	C	A	D	FFP	PPF	PFF	PPF

Zadania otwarte**Zadanie 12. (0-3)**

Na trzech półkach stały książki. Najpierw Janka przestawiła połowę książek z najwyższej półki na środkową. Potem Staś przestawił osiem książek ze środkowej półki na najniższą, a Franek piętnaście książek z najniższej półki na najwyższą. Teraz na każdej półce jest po dwadzieścia osiem książek. Ile książek było na początku na każdej półce? Zapisz rozwiązanie i odpowiedź.

Przykładowe rozwiązania

I. sposób

Liczba książek na najwyższej półce: $(28 - 15) \cdot 2 = 26$.

Liczba książek na środkowej półce: $28 - 13 + 8 = 23$.

Liczba książek na najniższej półce: $28 - 8 + 15 = 35$.

Odpowiedź: Na początku na najwyższej półce było 26 książek, na środkowej – 23 książki, a na najniższej – 35 książek.

II. sposób

x - liczba książek na najwyższej półce

y - liczba książek na środkowej półce

z - liczba książek na najniższej półce

$$x: 2 + 15 = 28$$

$$x: 2 = 13$$

$$x = 26$$

$$y + x: 2 - 8 = 28$$

$$y + 26: 2 - 8 = 28$$

$$y = 23$$

$$z + 8 - 15 = 28$$

$$y = 35$$

Odpowiedź: Na początku na najwyższej półce było 26 książek, na środkowej – 23 książki, a na najniższej – 35 książek.

Klucz:

1 punkt – uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia liczby książek, które były na najwyższej półce przed ich przekładaniem i podaje, że na początku na najwyższej półce było 26 książek.

1 punkt – uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia liczby książek, które były na środkowej półce przed ich przekładaniem i podaje, że na początku na środkowej półce było 23 książki.

1 punkt – uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia liczby książek, które były na najniższej półce przed ich przekładaniem i podaje, że na początku na najniższej półce było 35 książek.

Zadanie 13. (0-4)

W pewnej szkole, wśród wszystkich uczniów klas ósmych przeprowadzono głosowanie dotyczące miejsca wyjazdu na wycieczkę szkolną. Uczniowie mogli wybierać spośród trzech miejscowości: Chorzowa, Karpacza i Zamościa. Każdy z uczniów oddał jeden głos. Okazało się, że $\frac{7}{15}$ uczniów chciało pojechać do Chorzowa, $\frac{5}{12}$ – do Karpacza, a pozostałych 21 – do Zamościa. Ile ósmoklasistów jest w tej szkole? Na którą z miejscowości oddano najwięcej głosów? Ile uczniów głosowało na tę miejscowość? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Przykładowe rozwiązania

I. sposób

$$1 - \left(\frac{7}{15} + \frac{5}{12} \right) = 1 - \frac{28+25}{60} = \frac{7}{60}.$$

$$21 \cdot \frac{60}{7} = 180 - \text{tylu uczniów klas ósmych jest w tej szkole.}$$

$$\frac{7}{15} \cdot 180 = 84 - \text{tylu uczniów klas ósmych głosowało na Chorzów.}$$

$$\frac{5}{12} \cdot 180 = 75 - \text{tylu uczniów klas ósmych głosowało na Karpacz.}$$

Odpowiedź: W tej szkole jest 180 uczniów klas ósmych. Najwięcej uczniów głosowało na Chorzów. Na tę miejscowość oddano 84 głosy.

II. sposób

$$1 - \left(\frac{7}{15} + \frac{5}{12} \right) = 1 - \frac{28+25}{60} = \frac{7}{60}$$

$$\frac{7}{15} > \frac{5}{12} > \frac{7}{60}.$$

$$21 \cdot \frac{60}{7} = 180.$$

$$\frac{7}{15} \cdot 180 = 84.$$

Odpowiedź: Najwięcej uczniów, czyli 84, głosowało na wycieczkę do Chorzowa. W tej szkole jest 180 ósmoklasistów.

Klucz:

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza, jaka część ósmoklasistów oddała głos na wycieczkę do Zamościa i podaje, że na to miasto oddało głos $\frac{7}{60}$ wszystkich ósmoklasistów z tej szkoły.

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza, ilu ósmoklasistów jest w tej szkole i podaje, że jest w niej 180 ósmoklasistów.

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza, ilu uczniów głosowało na wycieczkę do Chorzowa i podaje, że na to miasto oddano 84 głosy.

1 punkt – uczeń na podstawie poprawnych obliczeń stwierdza, że najwięcej głosów oddano na Chorzów.

Zadanie 14. (0-4)

Natalia, Michał i Kuba policzyli swoje oszczędności. Michał miał o 17 zł mniej niż Natalia, a Kuba trzy razy mniej niż Michał. Razem mieli 360 zł. O ile złotych więcej miała Natalia od Kuby? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Przykładowe rozwiązania

I. sposób

$$360 - 17 = 343.$$

$$\frac{343}{7} = 49 - \text{tyle pieniędzy miał Kuba.}$$

$$3 \cdot 49 + 17 = 164 - \text{tyle pieniędzy miała Natalia.}$$

$164 - 49 = 115$ – o tyle pieniędzy więcej miała Natalia od Kuby.

Odpowiedź: Natalia miała o 115 zł więcej od Kuby.

II. sposób

$$360 - 17 = 343.$$

$$\frac{343}{7} = 49 \text{ – tyle pieniędzy miał Kuba.}$$

$$2 \cdot 49 + 17 = 115 \text{ – o tyle pieniędzy więcej miała Natalia od Kuby}$$

Odpowiedź: Natalia miała o 115 zł więcej od Kuby.

III. sposób

x – oszczędności Kuby.

$3x$ – oszczędności Michała.

$3x + 17$ – oszczędności Natalii.

$$x + 3x + 3x + 17 = 360.$$

$$x = 49.$$

$$3 \cdot 49 + 17 = 164$$

$$164 - 49 = 115.$$

Odpowiedź: Natalia miała o 115 zł więcej od Kuby.

IV. sposób

x – oszczędności Natalii.

$x - 17$ – oszczędności Michała.

$\frac{x-17}{3}$ - oszczędności Kuby.

$$x + x - 17 + \frac{x-17}{3} = 360.$$

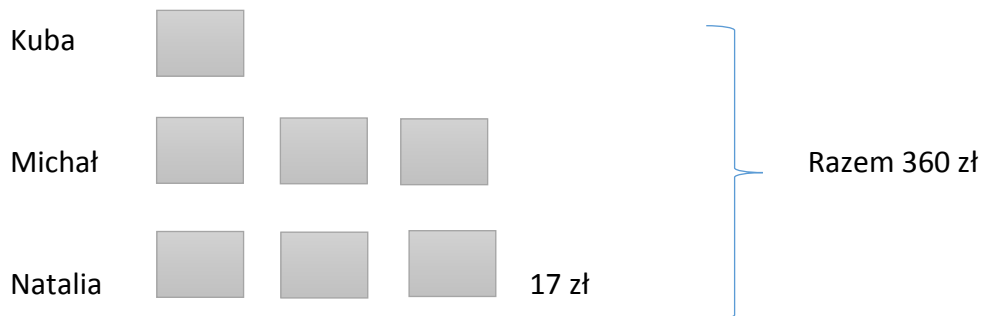
$$x = 164.$$

$$\frac{164-17}{3} = 49.$$

$$164 - 49 = 115.$$

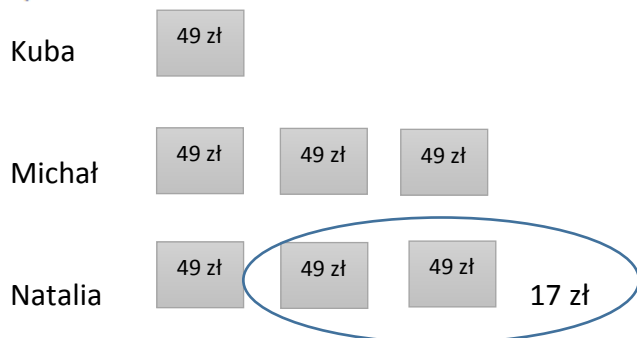
Odpowiedź: Natalia miała o 115 zł więcej od Kuby.

V. sposób



$$360 - 17 = 343.$$

$$\frac{343}{7} = 49$$



$$2 \cdot 49 + 17 = 115$$

Odpowiedź: Natalia miała o 115 zł więcej od Kuby.

Klucz:

1 punkt – uczeń stosuje poprawną metodę wyznaczenia kwoty pieniędzy, jaką miała każda z osób.

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza, ile złotych miała Natalia (164 zł).

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza, ile złotych miał Kuba (49 zł).

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza o ile złotych więcej miała Natalia od Kuby (o 115 zł).

Uwaga

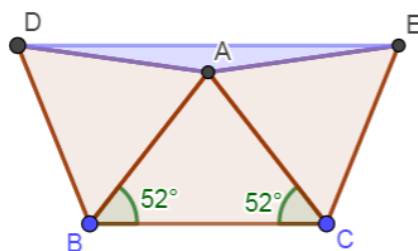
Jeżeli uczeń wykorzysta zależności między kwotami pieniędzy posiadanymi przez poszczególne osoby i poprawnie policzy, o ile złotych więcej miała Natalia od Kuby, bez wyliczania kwoty pieniędzy posiadanej przez Natalię lub Kubę (tak jak w sposobie II. lub V.) należy przyznać 4 punkty.

Zadanie 15. (0-4)

Na ramionach AB i AC trójkąta równoramiennego ABC zbudowano na zewnątrz trójkąty równoboczne ABD i ACE . Wiadomo, że kąt ABC ma miarę 52° . Wykonaj rysunek i oblicz miary kątów powstałego trójkąta ADE . Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązania

I. sposób



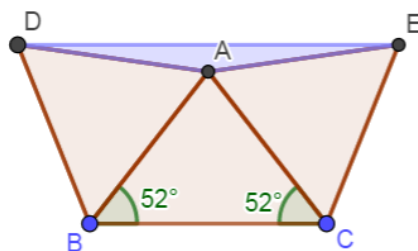
$$|\angle BAC| = 180^\circ - 2 \cdot 52^\circ = 76^\circ$$

$$|\angle DAE| = 360^\circ - (2 \cdot 60^\circ + 76^\circ) = 164^\circ$$

$$|\angle ADE| = |\angle AED| = \frac{180^\circ - 164^\circ}{2} = 8^\circ.$$

Odpowiedź: Kąty tego trójkąta mają miary: $|\angle DAE| = 164^\circ$, $|\angle ADE| = |\angle AED| = 8^\circ$.

II. sposób

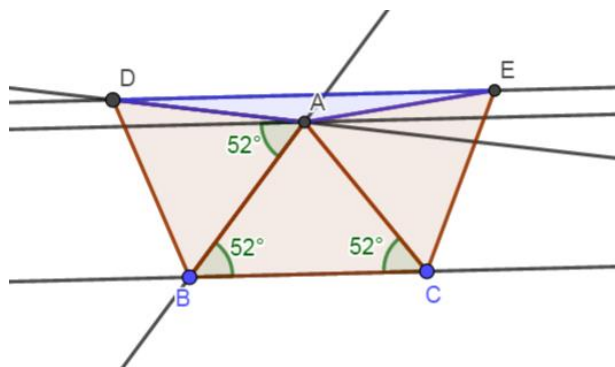


$$\frac{360^\circ - 2 \cdot (2 \cdot 60^\circ + 52^\circ)}{2} = 8^\circ$$

$$180^\circ - 2 \cdot 8^\circ = 164^\circ$$

Odpowiedź: $8^\circ, 8^\circ, 164^\circ$.

III. sposób



Uczeń prowadzi prostą równoległą do boku BC , przechodzącą przez punkt A , prostą równoległą do boku BC , przechodzącą przez punkt D , prostą BA i prostą DA i korzysta z własności kątów naprzemianległych oraz własności trójkąta równobocznego.

$$60^\circ - 52^\circ = 8^\circ.$$

$$180^\circ - 2 \cdot 8^\circ = 164^\circ.$$

Odpowiedź: $164^\circ, 8^\circ, 8^\circ$.

Klucz:

1 punkt – uczeń sporządza poprawny rysunek.

1 punkt – uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia miar kątów trójkąta ADE .

1 punkt – uczeń poprawnie oblicza miarę kąta DAE trójkąta ADE i podaje prawidłowy wynik ($|\angle DAE| = 164^\circ$).

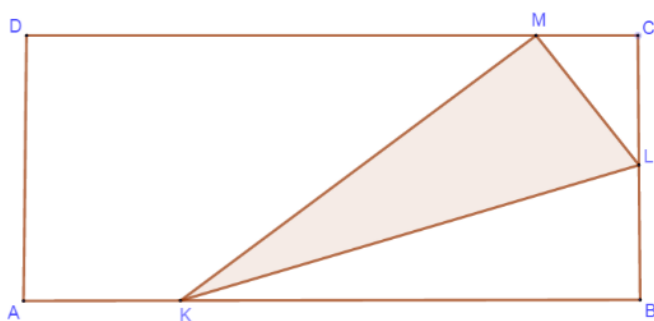
1 punkt – uczeń poprawnie oblicza miary kątów: ADE i AED trójkąta ADE i podaje prawidłowy wynik ($|\angle ADE| = |\angle AED| = 8^\circ$).

Uwaga:

- 1) Jeśli uczeń sporządzi poprawny rysunek i zastosuje poprawną metodę wyznaczenia miar kątów trójkąta ADE , a w odpowiedzi poda tylko miary dwóch kątów o różnych miarach („Odpowiedź: $8^\circ, 164^\circ$ ”) należy przyznać 4 punkty.
- 2) Jeśli uczeń sporządzi poprawny rysunek, zmierzy za pomocą kątomierza miary odpowiednich kątów i tylko na podstawie pomiarów poda miary kątów trójkąta ADE , należy przyznać 1 punkt.

Zadanie 16. (0-6)

Boki prostokąta $ABCD$ mają długości $|AB| = 30$ oraz $|AD| = 16$. Na bokach AB , BC i CD tego prostokąta obrano odpowiednio punkty K , L , M takie, że $|KB| = 3 \cdot |AK|$, $|BL| = |LC|$, $|DM| = 5 \cdot |MC|$. Oblicz pole trójkąta KLM .

Przykładowe rozwiązaniaI. sposób

Ponieważ $|AB| = 30$ i $|KB| = 3 \cdot |AK|$, więc $|AK| = \frac{1}{4} \cdot 30 = 7,5$, $|KB| = 22,5$.

Ponieważ $|BC| = 16$ i $|BL| = |LC|$, więc $|BL| = 8$.

Ponieważ $|CD| = 30$ i $|DM| = 5 \cdot |MC|$, więc $|MC| = \frac{1}{6} \cdot 30 = 5$, $|DM| = 25$.

Stąd:

$$P_{ABCD} = 30 \cdot 16 = 480.$$

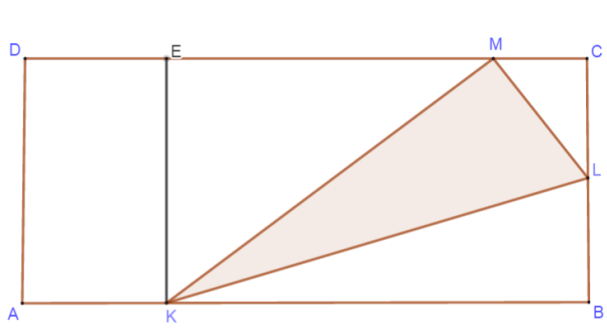
$$P_{KBL} = \frac{1}{2} \cdot 22,5 \cdot 8 = 90.$$

$$P_{LCM} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = 20.$$

$$P_{MDAK} = \frac{1}{2} \cdot (7,5 + 25) \cdot 16 = 260.$$

$$P_{KLM} = 480 - (90 + 20 + 260) = 110.$$

Odpowiedź: Pole trójkąta jest równe 110 j^2 .

II. sposób

Ponieważ $|AB| = 30$ i $|KB| = 3 \cdot |AK|$, więc $|AK| = \frac{1}{4} \cdot 30 = 7,5$, $|KB| = 22,5$.

Ponieważ $|BC| = 16$ i $|BL| = |LC|$, więc $|BL| = 8$.

Ponieważ $|CD| = 30$ i $|DM| = 5 \cdot |MC|$, więc $|MC| = \frac{1}{6} \cdot 30 = 5$, $|DM| = 25$.

Stąd:

$$P_{KBCE} = 22,5 \cdot 16 = 360.$$

$$P_{KBL} = \frac{1}{2} \cdot 22,5 \cdot 8 = 90.$$

$$P_{LCM} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 = 20.$$

$$|KM| = 25 - 7,5 = 17,5.$$

$$P_{KME} = \frac{1}{2} \cdot 17,5 \cdot 16 = 140.$$

$$P_{KLM} = 360 - (90 + 20 + 140) = 110.$$

Odpowiedź: Pole trójkąta jest równe 110.

Klucz:

1 punkt - uczeń poprawnie oblicza długości odcinków AK i KB ($|AK| = 7,5$ i $|KB| = 22,5$).

1 punkt - uczeń poprawnie oblicza długości odcinków DM i MC ($|DM| = 25$ i $|MC| = 5$).

1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole trójkąta KBL

1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole trójkąta LCM .

1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole trapezu $AKMD$ (I sposób) lub pole trójkąta KME (II sposób).

1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole trójkąta KLM .