

XV WOJEWÓDZKI KONKURS Z MATEMATYKI

DLA UCZNIÓW DOTYCHCZASOWYCH GIMNAZJÓW ORAZ KLAS DOTYCHCZASOWYCH GIMNAZJÓW
PROWADZONYCH W SZKOŁACH INNEGO TYPU WOJEWÓDZTWA ŚWIĘTOKRZYSKIEGO
W ROKU SZKOLNYM 2017/2018

ETAP III

5 marca 2018 r.

KLUCZ ODPOWIEDZI

Liczba punktów możliwych do uzyskania: 40

Zasady ogólne:

1. Jeżeli uczeń w zadaniach zamkniętych, zaznaczył zarówno poprawą jak i błędną odpowiedź (lub błędne odpowiedzi), nie przyznajemy punktu.
2. Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego inne niż w kluczu, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
3. Jeżeli uczeń pomimo polecenia typu *oblicz* nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź, to nie przyznajemy punktu za rozwiązanie zadania.
4. Jeżeli w zadaniu otwartym jest polecenie typu *Zapisz obliczenia i odpowiedź*, to oznacza, że uczeń powinien przedstawić swoje rozumowanie i sformułować odpowiedź lub podać ją w inny jednoznaczny sposób np. podkreślić, zakreślić kółkiem.
5. Punkty przyznajemy zgodnie z kryteriami punktowania, nie wolno dzielić punktów.

Zadania zamknięte

1	2	3	4	5
B	D	F,P	F,P	P,P

Zadanie 1. (0-1)

Na tablicy napisanych było siedem liczb: 4, 31, 6, 18, 24, 3, 9. Gdy do tego zestawu dopisano ósmą liczbę okazało się, że mediana wzrosła o 2. Jaką liczbę dopisano?

Wybierz odpowiedź spośród podanych.

- A. 11 B. 13 C. 20 D. 22

Zadanie 2. (0-1)

Dany jest trójkąt równoramienny, którego każde z ramion ma długość 9, a podstawa ma długość 12. Ile jest równa suma wysokości tego trójkąta?

Wybierz odpowiedź spośród podanych.

- A. $8\sqrt{5}$ B. $9\sqrt{5}$ C. $10\sqrt{5}$ D. $11\sqrt{5}$

Zadanie 3. (0-2)

Stosunek pól trzech działek jest równy 9:6:5. Największa działka ma pole o 510 m^2 większe od średniej działki.

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Największa działka ma pole równe 1,53 ha.	P	F
Najmniejsza działka ma pole równe 850 m^2 .	P	F

Zadanie 4. (0-2)

Wiadomo, że suma 7% liczby a i 5% liczby b jest równa 60, a suma 5% liczby a i 7% liczby b jest równa 72. Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Każda z liczb a i b jest podzielna przez 3.	P	F
---	---	---

Suma liczb a i b jest podzielna przez 11.	P	F
---	---	---

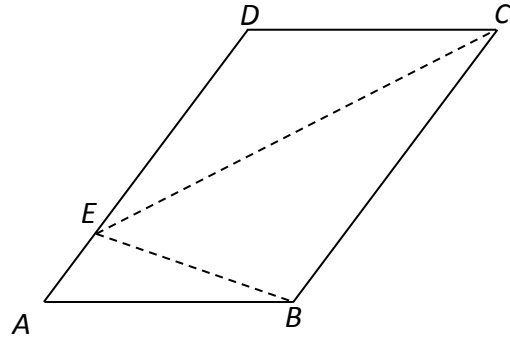
Zadanie 5. (0-2)

Dana jest liczba $k = 2^{2018} + 3^{2018}$. Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Reszta z dzielenia liczby k przez 8 jest równa 1.	P	F
W rzędzie jedności liczby k jest cyfra 3.	P	F

Zadanie 6. (0-4)

W równoległoboku $ABCD$ na boku AD obrano punkt E (zob. rys.). Wiadomo, że pole czworokąta $ABCE$ jest równe $82,5 \text{ cm}^2$, a pole czworokąta $EBCD$ jest równe $115,5 \text{ cm}^2$. Oblicz pole równoległoboku $ABCD$.



Rozwiązanie

I sposób

Poprowadźmy odcinek równoległy do boku którego długość będzie równa długości boku którego jednym końcem będzie punkt E . koniec tego odcinka, leżący na boku BC oznaczmy przez F , tak jak na rysunku.

Zauważmy, że

$$P_{\triangle ABE} = P_{\triangle BFE} \text{ oraz } P_{\triangle ECD} = P_{\triangle EFC}$$

Oznaczmy

$$P_{\triangle ABE} = P_{\triangle BFE} = x$$

$$P_{\triangle ECD} = P_{\triangle EFC} = y$$

Wtedy:

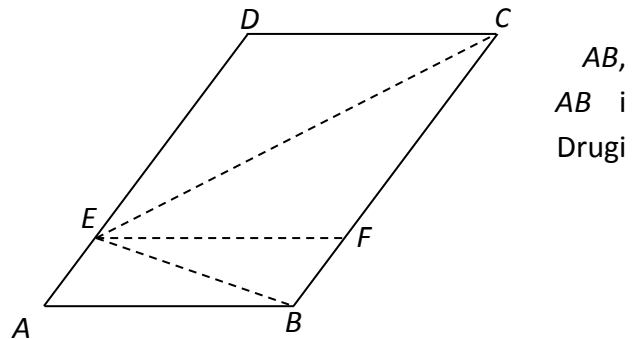
$$\begin{cases} 2x + y = 82,5 \\ x + 2y = 115,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 16,5 \\ y = 49,5 \end{cases}$$

$$P_{ABCD} = 16,5 + 115,5 = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{lub } P_{ABCD} = 49,5 + 82,5 = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{lub } P_{ABCD} = 2 \cdot (16,5 + 49,5) = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$$



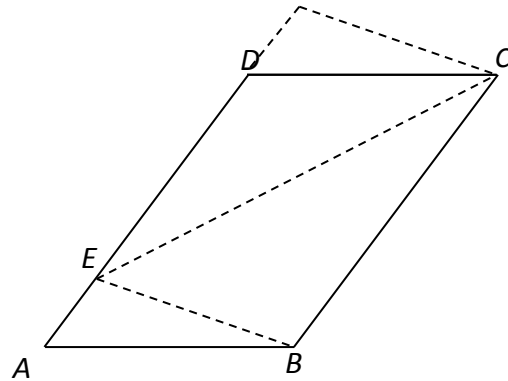
AB ,
 AB i
Drugi

II sposób

Zauważamy, że $P_{ABCE} + P_{EBCD} = P_{ABCD} + P_{\Delta BCE}$

oraz $P_{ABCD} = 2P_{\Delta BCE}$

Zatem $P_{ABCE} + P_{EBCD} = 3P_{\Delta BCE}$



Stąd

$$3P_{\Delta BCE} = 82,5 + 115,5$$

$$3P_{\Delta BCE} = 198$$

$$P_{\Delta BCE} = 66$$

$$P_{ABCD} = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$$

III sposób

x - pole trójkąta ABE

y - pole trójkąta ECD

$$\begin{cases} 2x + y = 82,5 \\ x + 2y = 115,5 \end{cases}$$

$$3(x + y) = 198$$

$$x + y = 66$$

$$P_{ABCD} = 2(x + y) = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$$

IV sposób

$$P_{EBCD} - P_{ABCE} = 115,5 - 82,5 = 33$$

x - pole trójkąta ABE

$P_{\Delta ECD} = 33 + x$ (bo trójkąt EBC jest częścią wspólną obu czworokątów)

$$P_{ABCE} = 33 + 3x$$

$$82,5 = 33 + 3x$$

$$3x = 49,5$$

$$x = 16,5$$

$$P_{ABCD} = 115,5 + 16,5 = 132 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Klucz punktowania:

I sposób

- 1 punkt - uczeń prowadzi odcinek równoległy do boku AB , którego długość będzie równa długości boku AB i którego jednym końcem będzie punkt E .
- 1 punkt - uczeń poprawnie oznacza niewiadome i układa odpowiedni układ równań.
- 1 punkt - uczeń stosuje poprawną metodę rozwiązania układu równań.
- 1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole równoległoboku $ABCD$.

II sposób

- 1 punkt - uczeń zauważa, że $P_{ABCE} + P_{EBCD} = P_{ABCD} + P_{\triangle BCE}$ oraz $P_{ABCD} = 2P_{\triangle BCE}$.
- 1 punkt - uczeń zauważa, że $P_{ABCE} + P_{EBCD} = 3P_{\triangle BCE}$
- 1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole trójkąta BCE .
- 1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole równoległoboku $ABCD$.

III sposób

- 1 punkt - uczeń poprawnie oznacza niewiadome i układa odpowiedni układ równań.
- 1 punkt - uczeń oblicza, że suma pól trójkątów ABE i ECD jest równa 66 cm^2 .
- 1 punkt - uczeń zauważa, że pole równoległoboku $ABCD$ jest równe podwojonej sumie pól trójkątów ABE i ECD .
- 1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole równoległoboku $ABCD$.

IV sposób

- 1 punkt - uczeń oblicza, że różnica pól czworokątów $EBCD$ i $ABCE$ jest równa 33 cm^2 .
- 1 punkt - uczeń zauważa, że pole trójkąta ECD jest równe polu trójkąta ABE powiększonemu o 33 cm^2 .
- 1 punkt - uczeń oblicza pole trójkąta ABE ($16,5 \text{ cm}^2$).
- 1 punkt - uczeń poprawnie oblicza pole równoległoboku $ABCD$.

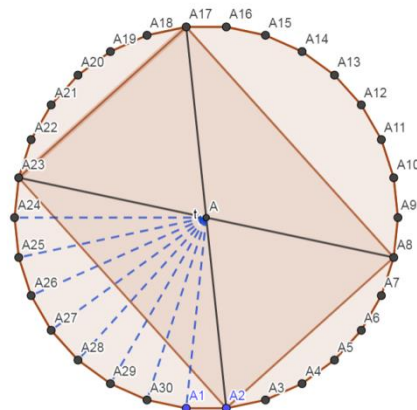
Zadanie 7. (0-7)

Wierzchołki trzydziestokąta foremnego oznaczono kolejno $A_1, A_2, \dots, A_{30}$.

- a) Jaka jest miara kąta rozwartego, jaki tworzą przekątne czworokąta $A_2A_8A_{17}A_{23}$?
- b) Jaka jest miara kąta $A_{27}A_2A_7$?
- c) Jaka jest miara kąta $A_{14}A_7A_8$?

Rozwiązanie

a)



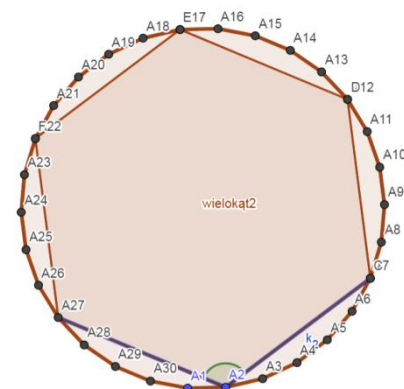
$$360^\circ : 30 = 12^\circ$$

$$9 \cdot 12^\circ = 108^\circ$$

b)

I sposób

Zauważmy, że wierzchołki $A_{27}A_2A_7$ mogą być trzema wierzchołkami sześciokąta foremnego $A_2A_7A_{12}A_{17}A_{22}A_{27}$.
Zatem ten kąt ma miarę $(6 \cdot 180^\circ - 360^\circ) : 6 = 120^\circ$.



II sposób

W trzydziestokącie miara kąta wewnętrznego jest równa

$$(30 \cdot 180^\circ - 360^\circ) : 30 = 168^\circ$$

Wierzchołki $A_2A_3A_4A_5A_6A_7$ tworzą sześciokąt, w którym miara każdego z czterech kątów rozwartych jest równa 168° , a dwa pozostałe mają taką samą miarę.

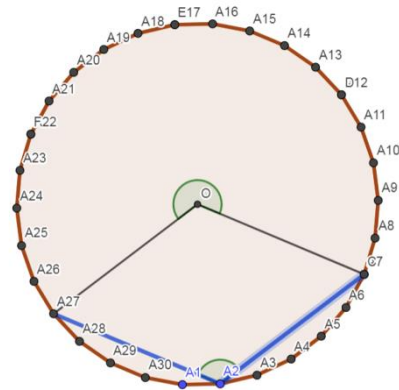
Suma miar kątów wewnętrznych sześciokąta jest równa $6 \cdot 180^\circ - 360^\circ = 720^\circ$.

$$(720^\circ - 4 \cdot 168^\circ) : 2 = 24^\circ$$

$$168^\circ - 2 \cdot 24^\circ = 120^\circ.$$

III sposób

Uczeń zauważa, że kąt $A_{27}OA_7$, gdzie punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trzydziestokącie, ma miarę 240° i korzystając z twierdzenia o kątach wpisanym i środkowym opartych na tym samym łuku stwierdza, że kąt $A_{27}A_2A_7$ ma miarę 120° .



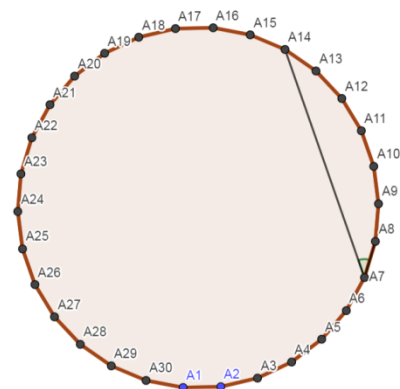
c) W trzydziestokącie miara kąta wewnętrznego jest równa

$$(30 \cdot 180^\circ - 360^\circ) : 30 = 168^\circ$$

Wierzchołki $A_7A_8A_9A_{10}A_{11}A_{12}A_{13}A_{14}$ tworzą ośmiokąt, w którym miara każdego z sześciu kątów rozwartych jest równa 168° , a dwa pozostałe kąty ostre mają taką samą miarę.

Suma miar kątów wewnętrznych ośmiokąta jest równa $8 \cdot 180^\circ - 360^\circ = 1080^\circ$.

$$(1080^\circ - 6 \cdot 168^\circ) : 2 = 36^\circ$$



Klucz punktowania:

- a) 1 punkt – uczeń wyznacza miarę kąta środkowego $A_2O A_3$ (12°)
1 punkt – uczeń oblicza miarę kąta rozwartego, jaki tworzą przekątne czworokąta $A_2A_8A_{17}A_{23}$ (108°)
- b) 1 punkt - uczeń zauważa, że wierzchołki $A_{27}A_2A_7$ mogą być trzema wierzchołkami sześciokąta foremnego $A_2A_7A_{12}A_{17}A_{22}A_{27}$ lub oblicza miarę kąta $A_{27}A_2A_1$ (analogicznie jak w p. c)) lub zauważa, że kąt $A_{27}OA_7$, gdzie punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trzydziestokącie ma miarę 240° .
1 punkt – uczeń oblicza miarę kąta $A_{27}A_2A_7$ (120°)
- c) 1 punkt – uczeń oblicza miarę kąta wewnętrznego trzydziestokątnej foremnej.
1 punkt – uczeń oblicza sumę miar kątów wewnętrznych ośmiokąta.
1 punkt - uczeń oblicza miarę kąta $A_{14}A_7A_8$ (36°)

Zadanie 8. (0-8)

Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość $6\sqrt{2}$ i tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze 60° . Z tego ostrosłupa wycięto stożek o największej objętości. Oblicz różnicę objętości ostrosłupa i stożka.

Rozwiązanie

Zauważmy, że stożek będzie miał największą objętość, jeśli jego podstawa będzie kołem wpisanym w sześciokąt foremny.

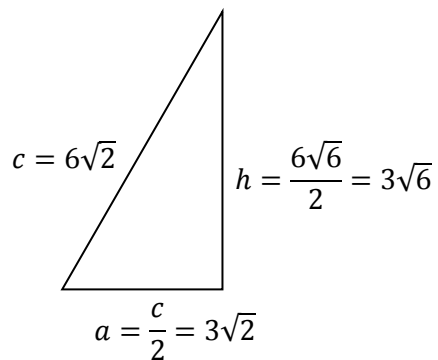
a - długość boku sześciokąta foremnego

c - krawędź boczna ostrosłupa

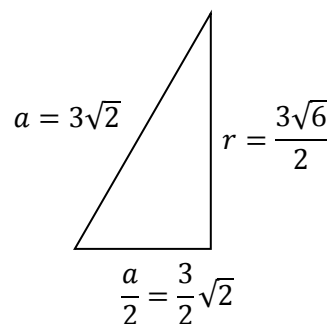
r - promień okręgu wpisanego w sześciokąt

h - wysokość ostrosłupa (stożka)

Wyznamy długość boku sześciokąta foremnego.



Wyznamy długość promienia okręgu wpisanego w sześciokąt.



Obliczmy pole sześciokąta foremnego

$$P_1 = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{6}}{2} = 27\sqrt{3}$$

Obliczmy objętość ostrosłupa

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot 27\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6} = 81\sqrt{2}$$

Obliczmy pole koła

$$P_2 = \frac{27}{2} \cdot \pi$$

Obliczmy objętość stożka

$$V_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{27}{2} \cdot \pi \cdot 3\sqrt{6} = \frac{27\sqrt{6}}{2} \cdot \pi$$

$$\text{Obliczamy różnicę objętości: } 81\sqrt{2} - \frac{27\sqrt{6}}{2} \cdot \pi = 27\sqrt{2} \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \pi\right)$$

Klucz punktowania:

- 1 punkt – uczeń zauważa, że stożek będzie miał największą objętość, jeśli jego podstawa będzie kołem wpisanym w sześciokąt foremny.
- 1 punkt – uczeń oblicza długość boku sześciokąta foremnego ($3\sqrt{2}$).
- 1 punkt – uczeń oblicza wysokość ostrosłupa (stożka) ($3\sqrt{6}$).
- 1 punkt – uczeń oblicza długość promienia okręgu wpisanego w sześciokąt ($\frac{3\sqrt{6}}{2}$).
- 1 punkt – uczeń oblicza pole podstawy ostrosłupa ($27\sqrt{3}$).
- 1 punkt – uczeń oblicza objętość ostrosłupa ($81\sqrt{2}$).
- 1 punkt – uczeń oblicza objętość stożka ($\frac{27\sqrt{6}}{2} \cdot \pi$).
- 1 punkt – uczeń oblicza różnicę objętości ostrosłupa i stożka ($27\sqrt{2}(3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \pi)$).

Zadanie 9. (0-7)

Suma długości wszystkich krawędzi pewnego prostopadłościanu jest równa 72 cm. Suma długości pewnych jedenastu z nich jest równa 62,5 cm, a pewnych dziesięciu – 60 cm. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.

Rozwiązanie

x, y, z – długości krawędzi.

$$4x + 4y + 4z = 72$$

$$3x + 4y + 4z = 62,5$$

$$x = 9,5.$$

Zauważmy dalej, że $38 + 4y + 4z = 72$, czyli $y + z = 8,5$.

Suma długości dwóch nieuwzględnionych w trzeciej sumie krawędzi jest równa:

$$72 - 60 = 12.$$

Rozpatrzmy przypadki:

- 1) Pominięto dwie krawędzie x . Ponieważ $x = 9,5$, więc $2x = 19 \neq 12$. Sprzeczność.
- 2) Pominięto dwie krawędzie y . Wtedy $y = 6$. Ponieważ $y + z = 8,5$ więc $z = 2,5$
- 3) Pominięto dwie krawędzie z . Wtedy $z = 6$. Ponieważ $y + z = 8,5$ więc $y = 2,5$
- 4) Pominięto jedną krawędź x i jedną krawędź y . Wtedy $y = 12 - 9,5 = 2,5$ i $z = 8,5 - 2,5 = 6$.
- 5) Pominięto jedną krawędź x i jedną krawędź z . Wtedy $z = 12 - 9,5 = 2,5$ i $y = 8,5 - 2,5 = 6$.
- 6) Pominięto jedną krawędź y i jedną krawędź z . Wtedy:

$$4x + 3y + 3z = 60$$

$$38 + 3y + 3z = 60$$

$$3y + 3z = 22$$

$$y + z = \frac{22}{3}$$

Sprzeczność z warunkiem $y + z = 8,5$.

Zatem długości krawędzi naszego prostopadłościanu to 9,5 cm, 6 cm, 2,5 cm.

$$V = 9,5 \cdot 6 \cdot 2,5 = 142,5 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Klucz punktowania:

- 1 punkt – uczeń oblicza długość jednej krawędzi (9,5 cm).
- 1 punkt – uczeń zauważa, że suma długości dwóch pozostałych krawędzi prostopadłościanu jest równa 8,5 cm.
- 1 punkt – uczeń zauważa, że suma długości dwóch krawędzi, które nie zostały uwzględnione jest równa 12 cm.
- 2 punkty – uczeń rozważa przypadki, które krawędzie nie zostały uwzględnione (2 punkty jeśli rozważy wszystkie przypadki, 1 punkt jeśli rozważy 3-5 przypadków).
- 1 punkt – uczeń stwierdza, że długości krawędzi prostopadłościanu to 9,5 cm, 6 cm, 2,5 cm.
- 1 punkt – uczeń oblicza objętość prostopadłościanu ($142,5 \text{ cm}^3$).

Zadanie 10. (0-6)

Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej n sumę jej cyfr.

Rozwiąż równanie: $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n))) = 2018$.

Rozwiązanie

I sposób

Wykorzystamy twierdzenie, mówiące o tym, że liczba n jak i suma jej cyfr przy dzieleniu przez 9 mają takie same reszty. Zatem liczby: $n, f(n), f(f(n)), f(f(f(n)))$ przy dzieleniu przez 9 dają takie same reszty.

Zauważmy, że reszty z dzielenia liczb: $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ i **2018** przez 9 muszą być takie same. Ponieważ $2018 = 224 \cdot 9 + 2$, więc reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 musi być równa 2.

Liczba n nie może być podzielna przez 9 bo wtedy liczba

$n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ też byłaby podzielna przez 9; reszta byłaby równa 0.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 1, to wtedy mamy $4 \cdot 1 = 4$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 4.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 2, to wtedy mamy $4 \cdot 2 = 8$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 8.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 3, to wtedy mamy $4 \cdot 3 = 12$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 3.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 4, to wtedy mamy $4 \cdot 4 = 16$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 7.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 5, to wtedy mamy $4 \cdot 5 = 20$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby **równa 2**.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 6, to wtedy mamy $4 \cdot 6 = 24$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 6.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 7, to wtedy mamy $4 \cdot 7 = 28$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 1.

Jeśli reszta z dzielenia liczby n przez 9 byłaby równa 8, to wtedy mamy $4 \cdot 8 = 32$ i reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 byłaby równa 5.

Zatem liczba n musi być postaci $n = 9k + 5$.

Ponieważ suma $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ ma być liczbą czterocyfrową, równą 2018, więc warto rozpatrywać tylko liczby n **większe od 1971**,

bo $f(n) \leq 28$, $f(f(n)) \leq 10$, $f(f(f(n))) \leq 9$ (zauważmy, że największa suma cyfr liczby czterocyfrowej, mniejszej lub równej 2018 to 28 dla $n = 1999$ i wtedy

$$f(f(n)) = 10 \text{ oraz } f(f(f(n))) = 1).$$

$$2018 - 28 - 10 - 9 = 1971.$$

Ponadto zauważmy, że

$$2010 + f(2010) + f(f(2010)) + f(f(f(2010))) = 2010 + 3 + 3 + 3 = 2019$$

i dla liczb większych od 2010 i mniejszych od 2018 te sumy są coraz większe, więc n **musi być mniejsze od 2010**.

Liczby naturalne większe od 1971 i mniejsze od 2010, postaci $n = 9k + 5$ to: 1976, 1985, 1994, 2003.

$$1976 + f(1976) + f(f(1976)) + f(f(f(1976))) = 1976 + 23 + 5 + 5 = 2009$$

$$1985 + f(1985) + f(f(1985)) + f(f(f(1985))) = 1985 + 23 + 5 + 5 = 2018$$

$$1994 + f(1994) + f(f(1994)) + f(f(f(1994))) = 1994 + 23 + 5 + 5 = 2027$$

$$2003 + f(2003) + f(f(2003)) + f(f(f(2003))) = 2003 + 5 + 5 + 5 = 2018$$

Zatem dwie liczby: 1985 oraz 2003 są rozwiązaniem równania.

II sposób

Uczeń stosuje metodę prób i błędów.

Ponieważ suma $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ ma być liczbą czterocyfrową, więc n musi być liczbą czterocyfrową.

Ponieważ suma $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n))) = 2018$, więc **n musi być liczbą większą od 1971**, bo $f(n) \leq 28$, $f(f(n)) \leq 10$, $f(f(f(n))) \leq 9$ (największa suma cyfr liczby czterocyfrowej, mniejszej lub równej 2018 to 28 dla $n = 1999$) i **mniejszą od 2010**.

Dalej uczeń sprawdza, czy spełniony jest warunek, dla kolejnych liczb, dostrzegając pewne zależności, postępując metodycznie i pomijając w związku z tym niektóre liczby.

Ostatecznie stwierdza, że dwie liczby: 1985 oraz 2003 są rozwiązaniem równania

Klucz punktowania:

I sposób

- 1 punkt – uczeń zauważa, że można skorzystać z twierdzenia, mówiącego o tym, że liczby $n, f(n), f(f(n)), f(f(f(n)))$ przy dzieleniu przez 9 dają takie same reszty.
- 1 punkt – uczeń zauważa, że liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ i **2018** przy dzieleniu przez 9 dają takie same reszty i ponieważ $2018 = 224 \cdot 9 + 2$, to, że reszta z dzielenia liczby $n + f(n) + f(f(n)) + f(f(f(n)))$ przez 9 musi być równa 2.
- 1 punkt – uczeń zauważa, że liczba n musi być postaci $n = 9k + 5$.
- 1 punkt – uczeń zawęży obszar poszukiwań i zauważa, że liczba n musi być większa od liczby 1971 i mniejsza od 2010 (uczeń może ograniczyć ten zakres do innego przedziału zawierającego wskazany, np. napisać, że liczba musi być większa od 1964 i mniejsza od 2018, wyjaśniając dlaczego; jeśli uczeń napisze inny przedział musi dalej postępować konsekwentnie, badając, które liczby ze wskazanego przedziału spełniają warunki zadania).
- 1 punkt – uczeń stwierdza, że liczba 1985 jest rozwiązaniem równania.
- 1 punkt – uczeń stwierdza, że liczba 2003 jest rozwiązaniem równania.

II sposób

- 1 punkt – uczeń zauważa, że liczba n musi być czterocyfrowa.
- 1 punkt – uczeń zawęży obszar poszukiwań i zauważa, że liczba n musi być większa od liczby 1971 i mniejsza od 2010 (uczeń może ograniczyć ten zakres do innego przedziału zawierającego wskazany, np. napisać, że liczba musi być większa od 1964 i mniejsza od 2018, wyjaśniając dlaczego; jeśli uczeń napisze inny przedział musi dalej postępować konsekwentnie, badając, które liczby ze wskazanego przedziału spełniają warunki zadania).
- 2 punkty – uczeń sprawdza kolejne liczby większe od 1971 i mniejsze od 2010 (może też pomijać sprawdzanie niektórych, wyjaśniając dlaczego one nie mogą być rozwiązaniem równania).

- 1 punkt – uczeń stwierdza, że liczba 1985 jest rozwiązaniem równania.
- 1 punkt – uczeń stwierdza, że liczba 2003 jest rozwiązaniem równania.