

**I WOJEWÓDZKI KONKURS MATEMATYCZNY
DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH**

Klucz odpowiedzi i kryteria punktowania zadań

I ETAP - WOJEWÓDZKI

17 listopada 2016 r.

Liczba punktów możliwych do uzyskania: 40

Zasady ogólne:

1. Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego inne niż w kluczu, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli uczeń pomimo polecenia typu *oblicz* nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź, to nie przyznajemy punktu za rozwiązanie zadania.
3. Jeżeli uczeń w zadaniach zamkniętych, zaznaczył zarówno poprawą jak i błędną odpowiedź (lub błędne odpowiedzi), nie przyznajemy punktu.
4. Jeżeli w zadaniu otwartym jest polecenie typu *Zapisz obliczenia i odpowiedź*, to oznacza, że uczeń przedstawi swoje rozumowanie i sformułuje odpowiedź lub poda ją w inny jednoznaczny sposób np. podkreśli, zakreśli kółkiem.
5. Punkty przyznajemy zgodnie z kryteriami punktowania, nie wolno dzielić punktów.

Zadania zamknięte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	D	A	B	C	C	FPF	PFF	PPP

Zadanie 1. (0-1)

W roku zwykłym jest:

- A. 31 536 000 minut B. 5 256 000 minut C. 3 153 600 minut D. 525 600 minut

Zadanie 2. (0-1)

Trzy lata temu Karolina miała 3 lata i była 3 razy młodsza od swojego brata Łukasza. Spośród poniższych zdań wybierz zdanie prawdziwe.

- A. Łukasz jest o 3 lata starszy od Karoliny.
 B. Obecnie Karolina ma 9 lat.
 C. Obecnie Łukasz jest 3 razy starszy od Karoliny.
 D. Za 3 lata Łukasz będzie miał 15 lat.

Zadanie 3. (0-1)

Ile jest liczb naturalnych, których zaokrąglenie do setek jest równe 9900?

Wybierz odpowiedź spośród podanych.

- A. 49 B. 50 C. 99 D. 100

Zadanie 4. (0-1)

W pewnej szkole chłopcy stanowią $\frac{9}{16}$ wszystkich uczniów. W klasie 6a jest $\frac{1}{9}$ chłopców i $\frac{3}{35}$ dziewcząt z tej szkoły. Jaką część wszystkich uczniów tej szkoły stanowią uczniowie klasy 6a? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{16}$ C. $\frac{3}{80}$ D. $\frac{31}{280}$

Zadanie 5. (0-1)

Jak zmieni się pole rombu, jeśli jedną przekątną zwiększymy sześciokrotnie, a drugą przekątną zmniejszymy dwukrotnie? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

- A. Zmniejszy się trzykrotnie.
 B. Zwiększy się trzykrotnie.
 C. Zmniejszy się czterokrotnie.
 D. Zwiększy się czterokrotnie.

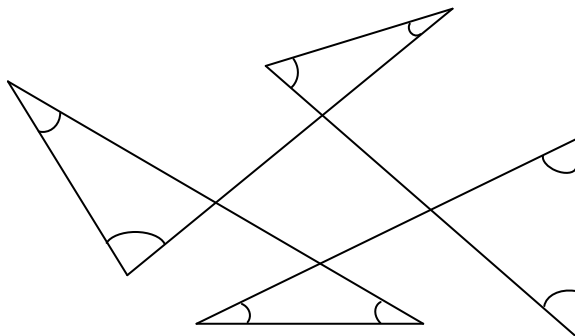
Zadanie 6. (0-1)

Środki dwóch okręgów o średnicach 26 cm i 8 cm są odległe od siebie o 9 cm. Ile punktów wspólnych mają te okręgi? Wybierz odpowiedź spośród podanych.

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Zadanie 7. (0-1)

Ile jest równa suma miar wszystkich kątów zaznaczonych łukami na poniższym rysunku? Wybierz odpowiedź spośród podanych.



- A. 720° B. 540° C. 360° D. 180°

Zadanie 8. (0-3)

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Suma wszystkich liczb całkowitych większych od $-14,9$ i mniejszych od 15 jest liczbą ujemną.	P	F
Iloczyn wszystkich liczb całkowitych większych od $-25,2$ i mniejszych od $-17,8$ jest liczbą dodatnią.	P	F
Liczba odwrotna do iloczynu pięciu różnych liczb całkowitych ujemnych jest mniejsza od iloczynu tych liczb.	P	F

Zadanie 9. (0-3)

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Liczba 23,01(964) jest większa niż liczba 23,0(1964).	P	F
Zaokrąglenie liczby 23,01(964) do części tysięcznych jest równe 23,019.	P	F
Setną cyfrą po przecinku liczby 23,01(964) jest 4.	P	F

Zadanie 10. (0-3)

Liczba palindromiczna, to liczba naturalna, która czytana od lewej strony do prawej lub od prawej strony do lewej, daje tę samą liczbę. Na przykład liczby: 232, 8888, 10501 są liczbami palindromicznymi.

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub F – jeśli jest fałszywe.

Jest 10 różnych trzycyfrowych liczb palindromicznych podzielnych przez 9.	P	F
Jest 900 różnych siedmiocyfrowych liczb palindromicznych, w których w rzędzie setek jest cyfra 7.	P	F
Różnych siedmiocyfrowych liczb palindromicznych jest tyle samo, co różnych ośmiocyfrowych liczb palindromicznych.	P	F

Zadania otwarte**Zadanie 11. (0-3)**

Suma dwóch ułamków zwykłych jest równa 2, a ich różnica jest równa $\frac{5}{7}$. Wyznacz te ułamki. Zapisz obliczenia.

Rozwiązanie

I sposób

Suma dwóch liczb (ułamków) jest równa 2. Gdyby te liczby były równe, to każda z nich byłaby równa 1. Jednak z tekstu zadania wynika, że różnica między tymi liczbami jest równa $\frac{5}{7}$. A zatem, aby wyznaczyć te ułamki trzeba odpowiednio dodać lub odjąć od 1 połowę różnicy. Zatem jeden ułamek jest równy: $1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} = 1 + \frac{5}{14} = \frac{19}{14}$, a drugi $1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} = 1 - \frac{5}{14} = \frac{9}{14}$.

II sposób

$$2 - \frac{5}{7} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{9}{7} : 2 = \frac{9}{14}$$

$$\frac{9}{14} + \frac{5}{7} = \frac{19}{14}$$

III sposób

$$2 + \frac{5}{7} = \frac{19}{7}$$

$$\frac{19}{7} : 2 = \frac{19}{14}$$

$$\frac{19}{14} - \frac{5}{7} = \frac{9}{14}$$

Klucz punktowania:

- 1 punkt za zastosowanie poprawnej metody.
- 1 punkt za poprawne wyznaczenie pierwszego ułamka $\frac{19}{14}$ (jeśli uczeń poda liczbę mieszaną $1\frac{5}{14}$ zamiast ułamka, również przyznajemy 1 punkt).
- 1 punkt za poprawne wyznaczenie drugiego ułamka $\frac{9}{14}$.

Zadanie 12. (0-3)

Alejką w parku ma długość 24 m. Postanowiono po obu stronach tej alejki, w jednakowy sposób, posadzić krzewy róż. Odległość między dwoma sąsiednimi krzewami, rosnącymi po tej samej stronie alejki, ma być równa $\frac{3}{4}$ m. Po obu stronach, krzewy mają być posadzone na początku i na końcu alejki. Na razie posadzono 16 krzewów po jednej stronie alejki. Ile krzewów zostało jeszcze do posadzenia? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Rozwiązanie

$24 : \frac{3}{4} = 32$ - na tyle części został podzielony krzaczkami róż pas zieleni po jednej stronie alejki (lub $\frac{3}{4}m = 75\text{ cm}, 24\text{ m} = 2400\text{ cm}, 2400 : 75 = 32$).

$32 + 1 = 33$ - tyle krzaczków róż powinno być posadzonych po jednej stronie alejki.

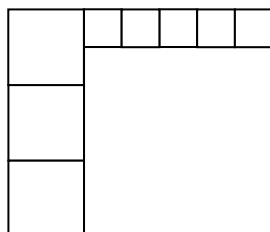
$2 \cdot 33 - 16 = 50$ - tyle krzaczków róż zostało do posadzenia.

Klucz punktowania:

- 1 punkt za poprawne obliczenie liczby części, na które został podzielony krzaczkami róż pas zieleni po jednej stronie alejki.
- 1 punkt za poprawne wyznaczenie liczby krzaczków róż, które mają być posadzone po jednej stronie alejki (33).
- 1 punkt za poprawne wyznaczenie liczby krzaczków róż, która została do posadzenia.

Zadanie 13. (0-4)

Prostokąt, którego dłuższy bok ma długość 11,9 cm podzielono na 9 kwadratów, tak jak na rysunku. Oblicz pole i obwód tego prostokąta.



Rozwiązanie

Średni kwadrat ma bok dwa razy dłuższy od boku małego kwadratu. Zatem długość dłuższego boku prostokąta jest równa 7 długościom boku najmniejszego kwadratu, a krótszego - 6 długościom boku najmniejszego kwadratu.

$11,9:7=1,7$ (cm). Stąd długość drugiego boku prostokąta jest równa $1,7 \cdot 6 = 10,2$ (cm).

Obwód prostokąta jest równy: 44,2 (cm)

Pole prostokąta jest równe: 121,38 (cm²).

Klucz punktowania:

- 1 punkt - za zauważenie faktu, że dłuższy bok prostokąta jest siedmiokrotnie dłuższy od boku najmniejszego kwadratu.
- 1 punkt - za poprawne obliczenie długości krótszego boku prostokąta.
- 1 punkt - za poprawne obliczenie obwodu prostokąta.
- 1 punkt - za poprawne obliczenie pola prostokąta.

Zadanie 14. (0-4)

Na osi liczbowej zaznaczono punkt A o współrzędnej 12 i punkt B o współrzędnej 20. Następnie zaznaczono jeszcze dwa punkty K i L. Odległość między punktami A i K jest równa 3, a odległość między punktami B i L jest równa 14. Jaka jest odległość między punktami K i L? Rozważ wszystkie możliwości.

Rozwiązanie

Punkt K ma współrzędną 9, a punkt L ma współrzędną 6. Odległość między nimi jest równa 3.

Punkt K ma współrzędną 15, a punkt L ma współrzędną 6. Odległość między nimi jest równa 9.

Punkt K ma współrzędną 15, a punkt L ma współrzędną 34. Odległość między nimi jest równa 19.

Punkt K ma współrzędną 9, punkt L ma współrzędną 34. Odległość między nimi jest równa 25.

Klucz punktowania:

- Po 1 punkcie za podanie każdej możliwości, również w sytuacji gdy uczeń poda jedynie wyniki i nie przedstawi sposobu rozwiązywania zadania.

Uwaga do punktowania:

- Jeżeli uczeń poprawnie wyznaczy współrzędne punktów K i L, ale popełni błąd przy określeniu odległości między punktami, to nie przyznajemy punktu.

Zadanie 15. (0-5)

Zosia chce przelać 7 litów soku do butelek. Dysponuje tylko dwoma rodzajami butelek o pojemności 0,3 litra oraz o pojemności 0,8 litra. Zosia chce, aby butelki, których użyje, były wypełnione po brzegi. Ile butelek każdego rodzaju musi wykorzystać Zosia, aby rozlać do nich cały sok? Podaj wszystkie możliwości i uzasadnij, że nie ma ich więcej.

Rozwiązanie:

I sposób

Należy rozważyć maksymalnie 8 butelek o pojemności 0,8 litra, ponieważ zabraknie soku do wypełnienia 9 takich butelek.

Liczba butelek o pojemności 0,8 litra	1	2	3	4	5	6	7	8
Liczba litrów soku, która zostanie przelana do butelek o pojemności 0,8 litra	0,8	1,6	2,4	3,2	4	4,8	5,6	6,4
Liczba litrów soku, która zostanie do przelania do butelek o pojemności 0,3 litra	6,2	5,4	4,6	3,8	3	2,2	1,4	0,6
Liczba potrzebnych butelek o pojemności 0,3 litra	20,(6)	18	15,(3)	12,(6)	10	7,(3)	4,(6)	2

Zatem są trzy możliwości:

- 2 butelki o pojemności 0,8 litra i 18 butelek o pojemności 0,3.
- 5 butelek o pojemności 0,8 litra i 10 butelek o pojemności 0,3.
- 8 butelek o pojemności 0,8 litra i 2 butelki o pojemności 0,3.

II sposób

Należy rozważyć maksymalnie 23 butelki o pojemności 0,3 litra, ponieważ zabraknie soku do wypełnienia 24 takich butelek.

Dalszy sposób rozumowania jest analogiczny jak w sposobie I.

Klucz punktowania:

- 2 punkty za poprawne uzasadnienie, że są tylko trzy możliwości.
- Po 1 punkcie za podanie każdej możliwości.

Zadanie 16. (0-5)

Jakie cyfry można wpisać w kółko i w kwadrat, aby liczba **27475** $\bigcirc$ **90** $\square$ była podzielna przez 36? Podaj wszystkie pary cyfr, spełniające ten warunek i uzasadnij, że nie ma ich więcej.

Rozwiązanie

Aby liczba była podzielna przez 36 musi być podzielna przez 9 i przez 4. Liczby 9 i 4 nie mają wspólnego dzielnika.

Liczba jest podzielna przez 9 jeśli suma jej cyfr jest podzielna przez 9. Liczba jest podzielna przez 4 jeśli liczba utworzona z jej ostatnich dwóch cyfr jest podzielna przez 4.

I sposób

Zsumujmy cyfry w podanej liczbie: $2+7+4+7+5+9+0=34$. Suma dwóch brakujących cyfr musi być nie większa niż 18. Zatem, aby suma wszystkich cyfr była podzielna przez 9, suma dwóch brakujących cyfr musi być równa 2 (wtedy suma wszystkich cyfr jest równa 36) lub 11 (wtedy suma wszystkich cyfr jest równa 45).

Możliwe są zatem pary cyfr:

○	0	1	2	9	8	7	6	5	4	3	2
□	2	1	0	2	3	4	5	6	7	8	9

Ponieważ liczba ma być podzielna przez 4, więc musi być też podzielna przez 2.

Korzystamy z cechy podzielności przez 2 i stwierdzamy, że w kwadrat można wpisać: 0, 2, 4, 6 lub 8.

Jeśli wpiszemy 0 to wtedy mamy liczbę 274752900 - ta liczba jest podzielna przez 36.

Jeśli wpiszemy 2 to wtedy mamy liczbę 274750902 lub 274759902 - te liczby nie są podzielne przez 36, bo nie są podzielne przez 4.

Jeśli wpiszemy 4 to wtedy mamy liczbę 274757904 - ta liczba jest podzielna przez 36.

Jeśli wpiszemy 6 to wtedy mamy liczbę 274755906 - ta liczba nie jest podzielna przez 36, bo nie jest podzielna przez 4.

Jeśli wpiszemy 8 to wtedy mamy liczbę 274753908 - ta liczba jest podzielna przez 36.

Uwaga

Uczeń może skorzystać z cechy podzielności przez 4. Ponieważ liczba ma być podzielna przez 4, więc cyfra wpisana w kwadrat musi być podzielna przez 4 (bo w rzędzie dziesiątek jest 0).

A zatem podane warunki spełniają tylko trzy pary:

○	2	7	3
□	0	4	8

Uczeń może też sprawdzić wszystkie przypadki (11) (sprawdzać, czy po wpisaniu cyfr liczba dzieli się przez 4 lub 36).

II sposób

Ponieważ liczba ma być podzielna przez 4, więc liczba musi być podzielna przez 2. Korzystamy z cechy podzielności przez 2 i stwierdzamy, że w kwadrat trzeba wpisać: 0, 2, 4, 6 lub 8.

Jeśli wpiszemy 0 to suma cyfr jest równa 34 i w kółko trzeba wpisać: 2; wtedy mamy liczbę 274752900 - ta liczba jest podzielna przez 36.

Jeśli wpiszemy 2 to suma cyfr jest równa 36 i w kółko trzeba wpisać: 0 lub 9; wtedy mamy liczby 274750902 lub 274759902- te liczby nie są podzielne przez 36, bo nie są podzielne przez 4.

Jeśli wpiszemy 4 to suma cyfr jest równa 38 i w kółko trzeba wpisać: 7; wtedy mamy liczbę 274757904 - ta liczba jest podzielna przez 36.

Jeśli wpiszemy 6 to suma cyfr jest równa 40 i w kółko trzeba wpisać: 5; wtedy mamy liczbę 274755906 - ta liczba nie jest podzielna przez 36, bo nie jest podzielna przez 4.

Jeśli wpiszemy 8 to suma cyfr jest równa 42 i w kółko trzeba wpisać: 3; wtedy mamy liczbę 274753908 - ta liczba jest podzielna przez 36.

Uwaga

Uczeń może skorzystać z cechy podzielności przez 4. W takiej sytuacji może zauważyć, że w kwadrat należy wpisać: 0, 4 lub 8 i stwierdzić, że:

jeśli wpiszemy 0 to suma cyfr jest równa 34 i w kółko trzeba wpisać: 2,

jeśli wpiszemy 4 to suma cyfr jest równa 38 i w kółko trzeba wpisać: 7,

jeśli wpiszemy 8 to suma cyfr jest równa 42 i w kółko trzeba wpisać: 3.

Klucz punktowania:

- 1 punkt za podanie pary: w kółko -2, w kwadrat - 0.
 - 1 punkt za podanie pary: w kółko -7, w kwadrat - 4.
 - 1 punkt za podanie pary: w kółko -3, w kwadrat - 8.
 - 2 punkty za uzasadnienie, że nie ma więcej liczb, w tym:
 - I sposób:
 - 1 punkt za zastosowanie cechy podzielności przez 9 i podanie par cyfr, dla których spełniony jest warunek, że liczba jest podzielna przez 9.
 - 1 punkt za sprawdzenie, dla których par cyfr spełniony jest warunek, że liczba jest podzielna przez 4.
 - II sposób:
 - 1 punkt za zastosowanie cechy podzielności przez 2.
 - 1 punkt za podanie par cyfr, dla których spełniony jest warunek, że liczba jest podzielna przez 9 i za sprawdzenie, dla których par cyfr spełniony jest warunek, że liczba jest podzielna przez 4.
- lub
- 1 punkt za zastosowanie cechy podzielności przez 4.
 - 1 punkt za podanie par cyfr, dla których spełniony jest warunek, że liczba jest podzielna przez 9.