

**VII WOJEWÓDZKI KONKURS Z MATEMATYKI
DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH
WOJEWÓDZTWA ŚWIĘTOKRZYSKIEGO**

Klucz odpowiedzi i zasady oceniania rozwiązań zadań

ETAP I – SZKOLNY

17 listopada 2022 r., godz. 10.00

Liczba punktów możliwych do uzyskania: 40

Zasady ogólne

1. Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego inne niż w kluczu, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli uczeń pomimo polecenia typu *oblicz* nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź, to nie przyznajemy punktu za rozwiązanie zadania.
3. Jeżeli uczeń w zadaniach zamkniętych, zaznaczył zarówno poprawą jak i błędną odpowiedź (lub błędne odpowiedzi), nie przyznajemy punktu.
4. Punkty przyznajemy zgodnie z kryteriami punktowania, nie wolno dzielić punktów.
5. Brudnopisy zamieszczone pod zadaniami 1–11 oraz na końcu pracy nie podlegają sprawdzeniu.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	Prawidłowa odpowiedź	Liczba punktów
1	B	1
2	D	1
3	D	1
4	C	1
5	D	1
6	A	1
7	A	1
8	FPP	3
9	PFP	3
10	PPF	3
11	PPP	3

ZADANIA OTWARTE**Zadanie 12. (0–3)**

W klasie było 26 uczniów. Po wyjściu 2 dziewcząt w klasie zostało dwa razy więcej chłopców niż dziewcząt. Oblicz, ile dziewcząt jest teraz w klasie. Zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie

x – początkowa liczba dziewcząt w klasie

$x - 2$ – liczba dziewcząt w klasie po zmianie

$26 - x$ – liczba chłopców w klasie

$$2(x - 2) = 26 - x$$

$$2x - 4 = 26 - x$$

$$2x + x = 26 + 4$$

$$3x = 30$$

$x = 10$ – początkowa liczba dziewcząt w klasie

$10 - 2 = 8$ – liczba dziewcząt w klasie po zmianie

Odp.: Obecnie w klasie jest 8 dziewcząt.

Klucz punktowania

- 1 punkt – Uczeń **zapisuje** odpowiednie równanie, w celu obliczenia liczby dziewcząt lub chłopców w klasie.
- 1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** początkową liczbę dziewcząt lub liczbę chłopców w klasie (10/16).
- 1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** liczbę dziewcząt po zmianie (8).

Zadanie 13. (0–6)

Różnica liczby a i liczby b stanowi 27% liczby c . Oblicz liczbę c , jeśli

$$a = \frac{0,625 : \frac{7}{12} - 15,5 \cdot \frac{1}{21}}{2 \frac{5}{12} - \frac{5}{6} \cdot 2,4} \text{ i } b = \frac{\sqrt[3]{1,25 \cdot 2^5 \cdot 5^5}}{\sqrt{1,6 \cdot 2^5 \cdot 5^5}}.$$

Przykładowe rozwiązanie

$$a = \frac{0,625 : \frac{7}{12} - 15,5 \cdot \frac{1}{21}}{2 \frac{5}{12} - \frac{5}{6} \cdot 2,4} = \frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{12}{7} - \frac{31}{2} \cdot \frac{1}{21}}{2 \frac{5}{12} - \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{5}} = \frac{\frac{15}{14} - \frac{31}{42}}{\frac{5}{12}} = \frac{\frac{14}{42}}{\frac{5}{12}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{12}} = \frac{4}{5}$$

$$b = \frac{\sqrt[3]{1,25 \cdot 2^5 \cdot 5^5}}{\sqrt{1,6 \cdot 2^5 \cdot 5^5}} = \frac{\sqrt[3]{1,25 \cdot 10^5}}{\sqrt{1,6 \cdot 10^5}} = \frac{\sqrt[3]{125 \cdot 10^3}}{\sqrt{16 \cdot 10^4}} = \frac{\sqrt[3]{125} \cdot \sqrt[3]{10^3}}{\sqrt{16} \cdot \sqrt{10^4}} = \frac{50}{400} = \frac{1}{8}$$

$$a - b = \frac{4}{5} - \frac{1}{8} = \frac{32}{40} - \frac{5}{40} = \frac{27}{40}$$

$$27\%c = a - b$$

$$\frac{27}{100}c = \frac{27}{40}$$

$$c = 2,5$$

Klucz punktowania

- 2 punkty – Uczeń **poprawnie oblicza** liczbę a ($\frac{4}{5}$).
- 2 punkty – Uczeń **poprawnie oblicza** liczbę b ($\frac{1}{8}$).
- 1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** różnicę liczb $a - b$, **adekwatnie** do wyznaczonych liczb a i b .
- 1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** liczbę c , **adekwatnie** do wyznaczonej różnicy liczb $a - b$.

Uwaga

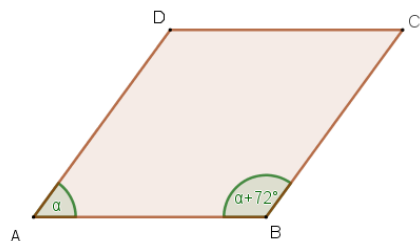
Jeżeli uczeń obliczając liczbę a popełnia jeden błąd rachunkowy, otrzymuje za obliczenie liczby a jeden punkt.

Jeżeli uczeń obliczając liczbę b popełnia jeden błąd rachunkowy, otrzymuje za obliczenie liczby b jeden punkt.

Zadanie 14. (0–5)

W równoległoboku kąt ostry ma miarę o 72° mniejszą niż kąt rozwarty. Oblicz miarę kąta, jaką tworzą wysokości tego równoległoboku poprowadzone z jednego wierzchołka. Sporządź odpowiedni rysunek i zapisz obliczenia.

Przykładowe rozwiązanie



$$\alpha = \sphericalangle DAB = \sphericalangle BCD$$

$$\alpha + 72^\circ = \sphericalangle ABC = \sphericalangle CDA$$

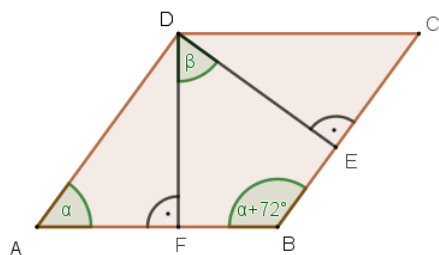
$$\alpha + \alpha + 72^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = 54^\circ$$

$$\alpha + 72^\circ = 126^\circ$$

I przypadek

Prowadzimy wysokości z wierzchołka kąta rozwartego



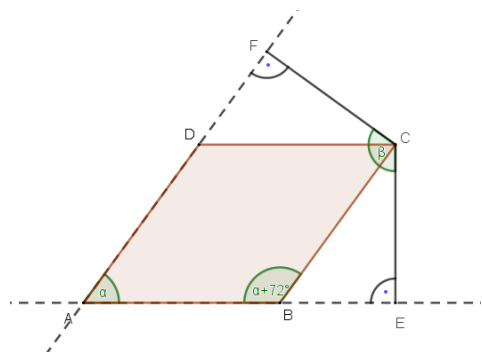
DE i DF – wysokości poprowadzone z wierzchołka D

$$\sphericalangle CDE = \sphericalangle ADF = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ$$

$$\beta = 126^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

II przypadek

Prowadzimy wysokości z wierzchołka kąta ostrego



CE i CF – wysokości poprowadzone z wierzchołka C

$$\sphericalangle EBC = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$$

$$\sphericalangle FCD = \sphericalangle BCE = 180^\circ - 54^\circ - 90^\circ = 36^\circ$$

$$\beta = 54^\circ + 36^\circ + 36^\circ = 126^\circ$$

Odp.: Wysokości tego równoległoboku poprowadzone z wierzchołka kąta rozwartego tworzą kąt o mierze 54° , a poprowadzone z wierzchołka kąta ostrego tworzą kąt o mierze 126° .

Klucz punktowania

1 punkt – Uczeń **sporządza odpowiedni rysunek** i wprowadza odpowiednie oznaczenia.

1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** miary kątów w równoległoboku.

1 punkt – Uczeń **rozpatruje dwa przypadki**.

1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** miarę kąta, jaki tworzą wysokości tego równoległoboku poprowadzone z wierzchołka kąta rozwartego (54°).

1 punkt – Uczeń **poprawnie oblicza** miarę kąta, jaki tworzą wysokości tego równoległoboku poprowadzone z wierzchołka kąta ostrego (126°).

Zadanie 15. (0–3)

Czy liczba $10^{250} + 10^{20} + 4$ jest podzielna przez 12? Uzasadnij swoją odpowiedź.

Przykładowe rozwiązanie

$$10^{250} + 10^{20} + 4 = 10000 \dots 000001000000000000000000000004$$

Liczba jest podzielna przez 3, bo suma jej cyfr wynosi 6 i jest podzielna przez 3.

Liczba jest podzielna przez 4, bo dwie ostatnie cyfry tej liczby: 04 tworzą liczbę podzielną przez 4.

Liczba jest podzielna przez 12, bo jest podzielna przez 3 i przez 4.

Klucz punktowania

1 punkt – Uczeń **poprawnie uzasadnia** podzielność liczby przez 3.

1 punkt – Uczeń **poprawnie uzasadnia** podzielność liczby przez 4.

1 punkt – Uczeń **poprawnie uzasadnia** podzielność liczby przez 12.

Zadanie 16. (0–4)

Wyznacz wszystkie liczby całkowite a , dla których wartość wyrażenia $\frac{a-7}{a+2}$ jest liczbą całkowitą. Uzasadnij, że nie ma ich więcej.

Przykładowe rozwiązanie

$$\frac{a-7}{a+2} = \frac{a+2-9}{a+2} = 1 - \frac{9}{a+2}$$

Liczba $\frac{9}{a+2}$ musi być liczbą całkowitą, więc $a+2$ musi być dzielnikiem liczby 9. Całkowite dzielniki liczby 9 to: -9, -3, -1, 1, 3, 9. Stąd a może być równe: -11, -5, -3, -1, 1, 7.

Klucz punktowania

1 punkt – Uczeń **poprawnie przekształca** wyrażenie $\frac{a-7}{a+2}$ do postaci $1 - \frac{9}{a+2}$.

1 punkt – Uczeń **stwierdza**, że wartości wyrażenia $a+2$ muszą być całkowitymi dzielnikami liczby 9.

1 punkt – Uczeń **zapisuje** wszystkie dzielniki liczby 9.

1 punkt – Uczeń **zapisuje** wszystkie wartości, jakie może przyjmować liczba a (-11, -5, -3, -1, 1, 7).

Uwaga

Jeśli uczeń rozwiązuje zadanie metodą prób i błędów i nie poda uzasadnienia, że nie ma więcej liczb spełniających warunki zadania, może otrzymać maksymalnie 3 punkty zgodnie z zasadą:

1 punkt – Uczeń **zapisuje jedną lub dwie liczby** spełniające warunki zadania **i nie podaje ani jednej liczby**, która nie spełniałaby warunków zadania.

2 punkty – Uczeń **zapisuje trzy, cztery lub pięć liczb** spełniających warunki zadania **i nie podaje ani jednej liczby**, która nie spełniałaby warunków zadania lub **podaje wszystkie liczby** spełniające warunki zadania **i podaje co najmniej jedną liczbę**, która nie spełnia warunków zadania.

3 punkty – Uczeń **zapisuje wszystkie liczby** spełniające warunki zadania, **nie podaje ani jednej liczby**, która nie spełniałaby warunków zadania i **nie uzasadnia**, że nie ma więcej liczb spełniających warunki zadania lub jego uzasadnienie jest błędne.