

**IV WOJEWÓDZKI KONKURS Z MATEMATYKI
DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH WOJEWÓDZTWA
ŚWIĘTOKRZYSKIEGO**

Klucz odpowiedzi i zasady oceniania rozwiązań zadań

ETAP I – SZKOLNY

14 listopada 2019 r., godz. 10.00

Liczba punktów możliwych do uzyskania: 40

Zasady ogólne

1. Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego inne niż w kluczu, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli uczeń pomimo polecenia typu *oblicz* nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź, to nie przyznajemy punktu za rozwiązanie zadania.
3. Jeżeli uczeń w zadaniach zamkniętych, zaznaczył zarówno poprawą jak i błędną odpowiedź (lub błędne odpowiedzi), nie przyznajemy punktu.
4. Jeżeli w zadaniu otwartym jest polecenie typu *Zapisz obliczenia i odpowiedź*, to oznacza, że uczeń przedstawi swoje rozumowanie i sformułuje odpowiedź lub poda ją w inny jednoznaczny sposób, np. podkreśli, zakreśli kółkiem.
5. Punkty przyznajemy zgodnie z kryteriami punktowania, nie wolno dzielić punktów.
6. Brudnopisy zamieszczone pod zadaniami 1–11 oraz na końcu pracy nie podlegają sprawdzeniu.

ZADANIA ZAMKNIĘTE

Numer zadania	Prawidłowa odpowiedź	Liczba punktów
1	D	1
2	C	1
3	B	1
4	A	1
5	B	1
6	D	1
7	B	1
8	PFF	3
9	PPP	3
10	FPP	3
11	FPP	3

ZADANIA OTWARTE**Zadanie 12. (0–5)**

Autobus nr 7 odjeżdża z pewnego przystanku co 21 minut, a autobus nr 13 odjeżdża z tego samego przystanku co 28 minut. Każdego dnia oba autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku po raz trzeci o godzinie o godzinie 10:09, a po raz ostatni o godzinie 18:33. O której godzinie autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku po raz pierwszy? Ile razy w ciągu dnia autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku? Zapisz rozwiązanie i odpowiedzi.

Przykładowe rozwiązania

I sposób

$NWW(21,28)=84$ – autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku co 84 minuty, czyli co godzinę i 24 minuty.

$2 \cdot 84 = 168$ [min.], 168 minut to 2 godziny 48 minut.

7:21 $\xrightarrow{2 \text{ godz. } 48 \text{ minut}}$ 10:09.

Odp.: Po raz pierwszy autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku o godzinie 7:21.

7:21 $\xrightarrow{11 \text{ godz. } 12 \text{ minut}}$ 18:33.

11 godzin 12 minut to 672 minuty.

$672:84=8$, $8+1=9$.

Odp.: W ciągu dnia autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku dziewięć razy.

II sposób

$NWW(21,28)=84$ –autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku co 84 minuty, czyli co godzinę i 24 minuty.

7: 21 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 8: 45 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 10: 09 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 11: 33 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 12: 57
 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 14: 21 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 15: 45 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 17: 09 $\xrightarrow{1 \text{ godz } 24 \text{ min}}$ 18: 33

Odp.: Po raz pierwszy autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku o godz.7:21. W ciągu dnia autobusy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku 9 razy.

III sposób

Linia nr 7:

07: 21	07:42	08:03	08:24	08:45	09:06	09:27	09:48	10:09
10:30	10:51	11:12	11:33	11:54	12:15	12:36	12:57	13:18
13:39	14:00	14:21	14:42	15:03	15:24	15:45	16:06	16:27
16:48	17:09	17:30	17:51	18:12	18:33			

Linia nr 13

07:21	07:49	08:17	08:45	09:13	09:41	10:09	10:37	11:05
11:33	12:01	12:29	12:57	13:25	13:53	14:21	14:49	15:17
15:45	16:13	16:41	17:09	17:37	18:05	18:33		

Odp.: 7:21. 9 razy.

Klucz punktowania

2 punkty – Uczeń poprawnie wyznacza $NWW(21,28)$ (1 punkt) i stwierdza, że od godziny, w której autobusy po raz pierwszy odjeżdżają jednocześnie z tego przystanku do godziny 10:09 upłynęły 2 godz. 48 minut (1 punkt) lub poprawnie oblicza kolejne godziny odjazdów jednego z autobusów (1 punkt) i drugiego z autobusów (1 punkt) między godziną 7:21 a 10:09.

1 punkt - Uczeń poprawnie wyznacza godzinę, w której autobusy po raz pierwszy odjeżdżają jednocześnie z przystanku (7:21).

1 punkt – Uczeń oblicza, że od godziny 7:21 do 18.33 upłynęło 11 godzin 12 minut (672 minuty) albo korzystając z faktu, że autobusy odjeżdżają jednocześnie co 84 minuty, wyznacza kolejne godziny, w których odjeżdżają one jednocześnie (7:21, 08:45, 10:09, 11:33, 12:57, 14:21, 15:45, 17:09, 18:33) albo poprawnie oblicza kolejne godziny odjazdów obu autobusów między 10:09 a 18.33.

1 punkt - Uczeń poprawnie podaje, ile razy w ciągu dnia autobusy odjeżdżają jednocześnie z przystanku (9 razy).

Zadanie 13. (0–6)

Z dwóch miejscowości, z Bukowa i z Grzybowa, o godzinie 8:50, wyjechali jednocześnie naprzeciw siebie dwaj rowerzyści. Rowerzysta, który wyjechał z Bukowa jechał z prędkością 15 km/h, a rowerzysta, który wyjechał z Grzybowa jechał z prędkością o 4 km/h mniejszą. Rowerzyści minęli się, gdy byli w odległości 27,5 km od Grzybowa. O której godzinie rowerzyści minęli się? Jaka jest długość trasy z Bukowa do Grzybowa, którą jechali rowerzyści? Zapisz obliczenia i odpowiedź.

Przykładowe rozwiązanie

Rowerzysta, który wyjechał z Grzybowa, jechał z prędkością 11km/h. Do momentu minięcia się przejechał 27,5 km.

$$27,5/11=2,5 \text{ [h]}.$$

$$8:50 \xrightarrow{2 \text{ godz. } 30 \text{ min.}} 11:20$$

Rowerzyści minęli się o godz. 11:20.

Tyle samo czasu, do momentu minięcia się jechał rowerzysta, który wyjechał z Bukowa.

$$2,5 \cdot 15 = 37,5 \text{ [km]}.$$

$$27,5+37,5=65 \text{ [km]}.$$

Z Bukowa do Grzybowa jest 65 km.

Klucz punktowania

- 1 punkt - Uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia czasu, jaki upłynął od momentu wyjazdu rowerzystów do momentu minięcia się.
- 1 punkt - Uczeń poprawnie oblicza, że od momentu wyjazdu rowerzystów do momentu minięcia się upłynęły 2,5 godziny.
- 1 punkt - Uczeń poprawnie podaje godzinę, w której rowerzyści minęli się (11:20).
- 1 punkt - Uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia długości trasy, jaką pokonał rowerzysta, który wyjechał z Bukowa, do momentu minięcia się rowerzystów.
- 1 punkt - Uczeń poprawnie oblicza długość trasy, jaką pokonał rowerzysta, który wyjechał z Bukowa, do momentu minięcia się rowerzystów (37,5 km).
- 1 punkt - Uczeń poprawnie oblicza długość trasy z Bukowa do Grzybowa (65 km).

Zadanie 14. (0–4)

Różnica dwóch liczb naturalnych jest równa 185. Większa z tych liczb podzielona przez mniejszą daje iloraz 2 i resztę 37. Wyznacz te liczby.

Przykładowe rozwiązanie

I sposób

x – mniejsza liczba

$x + 185$ – większa liczba

$$x + 185 = 2x + 37$$

$$x = 148$$

$$x + 185 = 333$$

Te liczby to: 148 i 333.

II sposób

x – większa liczba

$x - 185$ – mniejsza liczba

$$x = 2(x - 185) + 37$$

$$x = 2x - 370 + 37$$

$$\underline{x = 333}$$

$$\underline{x - 185 = 148}$$

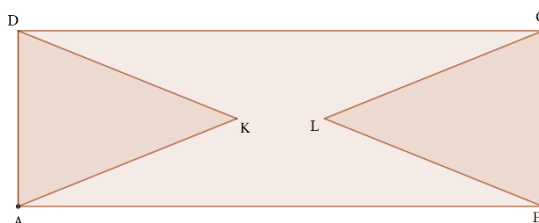
Klucz punktowania

- 1 punkt - Uczeń wprowadza oznaczenia.
 1 punkt - Uczeń układa odpowiednie równanie.
 1 punkt - Uczeń poprawnie rozwiązuje równanie i wyznacza jedną liczbę.
 1 punkt - Uczeń poprawnie wyznacza drugą liczbę.

Zadanie 15. (0–6)

W prostokącie $ABCD$ o obwodzie 112 cm, bok AB jest o 28 cm dłuższy od boku AD . Z tego prostokąta wycięto dwa trójkąty AKD i BLC tak, jak na rysunku obok.

Wiedząc, że $|AK| = |DK| = |BL| = |CL|$ oraz że wysokość h trójkąta AKD opuszczona na bok AD jest 2,4 razy krótsza od długości boku AB , oblicz pole sześciokąta $ABLCKD$.

**Przykładowe rozwiązanie**

I sposób

$$2(|AD| + |AD| + 28) = 112 \text{ [cm]}.$$

$$|AD| = 14 \text{ [cm]}, |AB| = 14 + 28 = 42 \text{ [cm]}.$$

$$|AD| = |BC| = 14 \text{ cm}, |AB| = |CD| = 42 \text{ cm}.$$

Boki prostokąta mają długości 14 cm i 42 cm.

$|AK| = |DK| = |CL| = |BL|$. Trójkąty AKD i BLC są równoramienne i są przystające.

$|AB| = 2,4h$, gdzie h jest wysokością trójkąta AKD opuszczoną na bok AD , $|AB| = 42 \text{ cm}$ więc $42 = 2,4h$, $h = 42 : 2,4 = 17,5 \text{ [cm]}$.

$$P_{\text{trójkąta}} = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 17\frac{1}{2} = 122\frac{1}{2} \text{ [cm}^2\text{]} \quad P_{\text{prostokąta}} = 14 \cdot 42 = 588 \text{ [cm}^2\text{]}.$$

$$P_{\text{ABLCKD}} = P_{\text{prostokąta}} - 2 \cdot P_{\text{trójkąta}} = 588 - 2 \cdot 122\frac{1}{2} = 343 \text{ [cm}^2\text{]}.$$

II sposób

$$2(|AB| + |AB| - 28) = 112 \text{ [cm]}.$$

$$|AB| = 42 \text{ [cm]}, |AD| = 42 - 28 = 14 \text{ [cm]}.$$

$$|AB| = |CD| = 42 \text{ cm}, |AD| = |BC| = 14 \text{ cm}.$$

Boki prostokąta mają długości 14 cm i 42 cm.

$|AK| = |DK| = |CL| = |BL|$. Trójkąty AKD i BLC są równoramienne i są przystające.

$|AB| = 2,4h$, gdzie h jest wysokością trójkąta AKD opuszczoną na bok AD , $|AB| = 42 \text{ cm}$ więc $42 = 2,4h$, $h = 42 : 2,4 = 17,5 \text{ [cm]}$. $|KL| = |AB| - 2h = 42 - 2 \cdot 17,5 = 7 \text{ [cm]}$.

$$P_{\text{ABKL}} = \frac{1}{2} \cdot (42 + 7) \cdot 7 = 171,5 \text{ [cm}^2\text{]}.$$

$$P_{\text{ABLCKD}} = 2 \cdot P_{\text{ABKL}} = 343 \text{ [cm}^2\text{]}.$$

Klucz punktowania

- 1 punkt – Uczeń zapisuje odpowiednie równanie, w celu obliczenia długości jednego z boków prostokąta.
- 1 punkt – Uczeń poprawnie oblicza długości boków prostokąta (14 cm, 42 cm).
- 1 punkt – Uczeń poprawnie oblicza wysokość h trójkąta AKD opuszczoną na bok AD (17,5 cm).
- 1 punkt – Uczeń stosuje poprawną metodę wyznaczenia pola trójkąta lub uczeń stosuje poprawną metodę wyznaczenia długości odcinka KL i pola trapezu.
- 1 punkt – Uczeń poprawnie oblicza pole trójkąta ($122,5 \text{ cm}^2$) lub uczeń poprawnie oblicza długość odcinka KL (7 cm) i pole trapezu ($171,5 \text{ cm}^2$).
- 1 punkt – Uczeń poprawnie oblicza pole sześciokąta i zapisuje odpowiednią jednostkę (343 cm^2).