

**XV WOJEWÓDZKI KONKURS Z MATEMATYKI DLA UCZNIÓW DOTYCHCZASOWYCH GIMNAZJÓW
ORAZ KLAS DOTYCHCZASOWYCH GIMNAZJÓW PROWADZONYCH W SZKOŁACH INNEGO TYPU
WOJEWÓDZTWA ŚWIĘTOKRZYSKIEGO W ROKU SZKOLNYM 2017/2018**

Klucz odpowiedzi i kryteria punktowania zadań

ETAP I

Zasady ogólne:

1. Jeśli uczeń rozwiązał zadanie otwarte inną metodą niż wskazana w schemacie punktowania, należy określić czynności równoważne do czynności wymienionych w schemacie punktowania. Za każde poprawne rozwiązanie zadania otwartego inne, niż w kluczu, przyznajemy maksymalną liczbę punktów.
2. Jeżeli uczeń w zadaniach otwartych: 13, 14, 15 nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź, to nie przyznajemy punktów za rozwiązanie zadania. Uczeń musi zapisać tok swojego rozumowania.
3. Punkty przyznajemy zgodnie z kryteriami punktowania, nie wolno dzielić punktów.

Zadania zamknięte

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	D	C	B	D	C	B	A	C

Zadania otwarte

Zadanie 11.

Rozwiązanie:

- a) 14:00
- b) 16
- c) 12:40

Po 1 punkcie za każdą poprawną odpowiedź.

Zadanie 12.

Rozwiązanie:

- a) 6
- b) 216
- c) 14,4

Po 1 punkcie za każdą poprawną odpowiedź.

Zadanie 13.

Suma trzech liczb jest równa 365. Dzieląc drugą liczbę przez pierwszą otrzymamy iloraz 3 i resztę 2, a dzieląc trzecią liczbę przez drugą otrzymamy iloraz 4 i resztę 3. Wyznacz te liczby.

Przykładowe rozwiązania:

I sposób

Oznaczmy szukane liczby przez a , b , c . Wiemy, że: $a + b + c = 365$, $b = 3a + 2$, $c = 4b + 3$.

Stąd $c = 12a + 11$.

A zatem

$$a + 3a + 2 + 12a + 11 = 365,$$

$$16a + 13 = 365,$$

$$16a = 352,$$

$$a = 22, \quad b = 68, \quad c = 275.$$

II sposób

Reszta z dzielenia drugiej liczby przez pierwszą jest równa 2.

Reszta z dzielenia trzeciej liczby przez drugą jest równa 3.

Reszta z dzielenia trzeciej liczby przez pierwszą jest równa 11, ponieważ $4 \cdot 2 + 3 = 11$.

Stąd:

$$2 + 11 = 13,$$

$$365 - 13 = 352,$$

$$352 : (1 + 3 + 3 \cdot 4) = 22,$$

$$22 \cdot 3 + 2 = 68,$$

$$68 \cdot 4 + 3 = 275.$$

Szukane liczby to: 22, 68, 275.

Klucz:

1 punkt – uczeń zauważa zależności między liczbami, prowadzące do wniosku, że szesnastokrotność najmniejszej z liczb jest równa 352.

Po 1 punkcie za wyznaczenie każdej liczby.

Zadanie 14.

Podaj wszystkie pary liczb całkowitych spełniających równanie $x^2 - xy - 51 = 0$.

Przykładowe rozwiązanie:

Przekształcamy równanie do postaci: $x(x - y) = 51$.

Ponieważ $1 \cdot 51 = 51$ lub $-1 \cdot (-51) = 51$ lub $3 \cdot 17 = 51$ lub $-3 \cdot (-17) = 51$, więc jedyne pary liczb całkowitych, spełniające podane równanie, to: $(1, -50)$, $(-1, 50)$, $(3, -14)$, $(-3, 14)$, $(17, 14)$, $(-17, -14)$, $(51, 50)$, $(-51, -50)$.

Klucz:

1 punkt – uczeń przekształca równanie $x^2 - xy - 51 = 0$ do postaci $x(x - y) = 51$.

Po 1 punkcie za wyznaczenie każdych dwóch par liczb, czyli:

- 1 punkt jeśli uczeń wyznaczy 2 lub 3 pary liczb,
- 2 punkty jeśli uczeń wyznaczy 4 lub 5 par liczb,
- 3 punkty jeśli uczeń wyznaczy 6 lub 7 par liczb,
- 4 punkty jeśli uczeń wyznaczy 8 par liczb.

Zadanie 15.

W trójkącie równoramiennym o obwodzie 100 cm stosunek długości ramienia do długości podstawy jest równy 7:11. Oblicz pole tego trójkąta.

Przykładowe rozwiązanie:

$$x > 0,$$

$7x$ – długość ramienia trójkąta,

$11x$ – długość podstawy trójkąta,

$$25x = 100,$$

$$x = 4.$$

28 cm – długość ramienia trójkąta,

44 cm – długość podstawy trójkąta.

Obliczamy wysokość trójkąta

$$h = \sqrt{28^2 - 22^2},$$

$$h = \sqrt{784 - 484},$$

$$h = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}.$$

Obliczamy pole trójkąta

$$P = \frac{1}{2} \cdot 44 \cdot 10\sqrt{3},$$

$$P = 220\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Klucz:

1 punkt – uczeń poprawnie wyznacza długość ramienia trójkąta.

1 punkt – uczeń poprawnie wyznacza długość podstawy trójkąta.

1 punkt – uczeń stosuje poprawną metodę wyznaczenia wysokości trójkąta, korzystając z twierdzenia Pitagorasa.

1 punkt – uczeń korzysta z odpowiedniego wzoru, aby obliczyć pole trójkąta.

1 punkt – uczeń bezbłędnie oblicza pole trójkąta ($220\sqrt{3} \text{ cm}^2$).